

5. Jaurtiketa Parabolikoa eta Horizontala

Formula nagusiak:

$$x = v_{0x} t = v_0 \cos \theta t$$

$$y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$v_x = v_0 \cos \theta \text{ (konstante)}$$

$$v_y = v_0 \sin \theta - g t$$

non: v_0 = hasierako abiadura (m/s), θ = jaurtiketako angelua, $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

1. Pilota bat jaurti da 40 m/s-ko hasierako abiaduran, eta horizontalarekiko 30°-ko angeluan. Zein da lortuko duen altuera maximoa? Zenbat denbora igaroko da lurreraino itzuli arte?
2. Bala bat jaurti da 200 m/s-ko hasierako abiaduran, eta 45°-ko angeluan. Zein da distantzia horizontala lurreraino iritsi arte?
3. Pilota bat jaurti da 25 m/s-ko hasierako abiaduran, eta 60°-ko angeluan. Zein da lortuko duen altuera maximoa? Zein izango da irismena?
4. Pilota bat jaurti da 45°-ko angeluan, eta 90 m-ko distantzia horizontala egin du lurrera iritsi arte. Zein izan da hasierako abiadura?
5. Jaurtigai bat jaurti da 20 m/s-ko hasierako abiaduran, 30°-ko angeluan. Zein da abiaduraren osagai bertikala $t = 1$ s-an? Zein da altuera une horretan?
6. Pilota bat jaurti da 50 m/s-ko hasierako abiaduran, eta 200 m-ko distantzia horizontala egin du lurreraino iritsi arte. Zein angelutan jaurti da?
7. Pilota bat jaurti da 50 m altuerako labar baten ertzetik ($y_0 = 50 \text{ m}$), 20 m/s-ko hasierako abiaduran, eta horizontalarekiko 37°-ko angeluan. Zenbat denbora igaroko da lurrera iritsi arte? Zein izango da irismena?
8. Saskibaloiko jokalaria batek baloia jaurti du 45°-ko angeluan, eta 6 m-ko distantzia horizontalean dagoen saskira sartu da. Saskiaren altuera 3 m da, eta jaurtiketa-puntutik lurreraino 2 m dira. Zein izan da baloiaren hasierako abiadura?
9. Jaurtigai bat jaurti da horizontalean, 50 m/s-ko abiaduran, 80 m-ko altuera duen labar baten ertzean. Zenbat denbora igaroko da lurreraino iritsi arte? Zein da egin duen distantzia horizontala?
10. Jaurtigai bat jaurti da horizontalean, 30 m/s-ko abiaduran 45 m-ko altuera duen labar baten ertzean. Zein da jaurtigaiaren abiadura lurrera iristen denean?

11. Pilota bat jaurti da horizontalean, 45 m-ko altuera duen teilatu baten ertzean, eta lurreraino iritsi arte 60 m-ko distantzia horizontala egin du. Zein abiaduratan jaurti da?

12. Jaurtigai bat jaurti da horizontalean, 25 m/s-ko abiaduran, eta lurrera iritsi arte, 100 m-ko distantzia horizontala egin du. Zein altueratik jaurti da?

13. Bola bat jaurti da horizontalean, 12 m/s-ko abiaduran, 31,25 m-ko altuera duen labar baten ertzean. Zein izango da abiaduraren modulua lurrera iritsi denean? Zein angelutan iritsiko da?

14. Pieza bat jaurti da horizontalean, 30 m/s-ko abiaduran. Zein dira abiaduraren osagaiak $t = 3$ s-an? Lurretik zenbat metrora egongo da pieza une horretan?

15. Hegazkin batek 250 m/s-ko abiaduran hegaldi horizontala egin du, 2.000 m-ko altueran. Pakete bat askatu da hegazkinetik. Zenbat denbora igaroko da paketea lurrera iritsi arte? Hegazkinetik zein distantzia horizontaletan lurreratuko da?

EBAZPENAK

1. ariketa

$$v_0 = 40 \text{ m/s}, \theta = 30^\circ$$

$$v_{0y} = v_0 \sin 30^\circ = 40 \cdot 0,5 = 20 \text{ m/s}$$

$$\text{Altuera maximoa: } y_{\max} = v_{0y}^2 / (2g) = 400 / 19,6 \approx 20 \text{ m}$$

$$\text{Hegaldi-denbora: } t = 2v_{0y} / g = 2 \cdot 20 / 9,8 \approx 4 \text{ s}$$

2. ariketa

$$v_0 = 200 \text{ m/s}, \theta = 45^\circ$$

$$v_{0x} = 200 \cos 45^\circ = 200 \cdot (\sqrt{2}/2) \approx 141,4 \text{ m/s}$$

$$v_{0y} = 200 \sin 45^\circ \approx 141,4 \text{ m/s}$$

$$t(\text{hegaldi}) = 2v_{0y} / g = 2 \cdot 141,4 / 9,8 \approx 28,3 \text{ s}$$

$$X = v_{0x} t = 141,4 \cdot 28,3 \approx 4.000 \text{ m}$$

3. ariketa

$$v_{0x} = 25 \cos 60^\circ = 25 \cdot 0,5 = 12,5 \text{ m/s}$$

$$v_{0y} = 25 \sin 60^\circ = 25 \cdot (\sqrt{3}/2) \approx 21,65 \text{ m/s}$$

$$\text{Altuera maximoa: } y_{\max} = v_{0y}^2 / (2g) = 468,7 / 19,6 \approx 23,4 \text{ m}$$

$$t(\text{hegal di}) = 2v_{0y} / g = 2 \cdot 21,65 / 9,8 \approx 4,33 \text{ s}$$

$$x = v_{0x} t = 12,5 \cdot 4,33 \approx 54,1 \text{ m}$$

4. ariketa

$$\theta = 45^\circ \rightarrow x = v_0^2 \sin(2\theta) / g$$

$$90 = v_0^2 \sin 90^\circ / 9,8 = v_0^2 / 9,8$$

$$v_0^2 \approx 900 \rightarrow v_0 \approx 30 \text{ m/s}$$

5. ariketa

$$v_{0y} = 20 \sin 30^\circ = 10 \text{ m/s}$$

$$v_y(t = 1 \text{ s}) = v_{0y} - gt = 10 - 10 \cdot 1 = 0 \text{ m/s} \quad (\text{puntu gorena!})$$

$$y(1 \text{ s}) = v_{0y} t - \frac{1}{2} gt^2 = 10 \cdot 1 - 5 \cdot 1 = 5 \text{ m}$$

6. ariketa

$$x = v_0^2 \sin(2\theta) / g$$

$$200 = 2.500 \sin(2\theta) / 9,8 \rightarrow \sin(2\theta) = 2.000 / 2.500 = 0,8$$

$$2\theta = \arcsin(0,8) \approx 53,13^\circ \rightarrow \theta \approx 26,6^\circ$$

7. ariketa

$$v_{0x} = 20 \cdot 0,8 = 16 \text{ m/s} ; v_{0y} = 20 \cdot 0,6 = 12 \text{ m/s}$$

$$\text{Ardatz bertikala: } 0 = 50 + 12t - 4,9t^2 \rightarrow 4,9t^2 - 12t - 50 = 0$$

$$\rightarrow t = (12 + \sqrt{1\,144}) / 9,8 = (12 + 33,82) / 9,8 \approx 4,58 \text{ s}$$

$$x = v_{0x} t = 16 \cdot 4,58 \approx 73,3 \text{ m}$$

8. ariketa

$$\theta = 45^\circ: v_{0x} = v_{0y} = v_0 \cdot (\sqrt{2}/2)$$

$$\text{Altuera-aldea: } \Delta y = 3 - 2 = +1 \text{ m} ; x = 6 \text{ m}$$

$$t = x / v_{0x} = 6 / (v_0 \cdot \sqrt{2}/2) = 6\sqrt{2} / v_0$$

$$\Delta y = v_{0y} t - \frac{1}{2} gt^2 \rightarrow 1 = v_0 \cdot (\sqrt{2}/2) \cdot (6\sqrt{2}/v_0) - 5 \cdot (6\sqrt{2}/v_0)^2$$

$$1 = 6 - 5 \cdot 72/v_0^2 \rightarrow 5 \cdot 72/v_0^2 = 5 \rightarrow v_0^2 = 72 \rightarrow v_0 \approx 8,49 \text{ m/s}$$

9. ariketa

$$v_{0x} = 50 \text{ m/s}, v_{0y} = 0, y_0 = 80 \text{ m}$$

$$\text{Ardatz bertikala: } 0 = y_0 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \rightarrow t = \sqrt{(2y_0 / g)} = \sqrt{(160/9,8)} = 4,04 \text{ s}$$

$$x = v_{0x} \cdot t = 50 \cdot 4,04 = 202 \text{ m}$$

10. ariketa

$$v_{0x} = 30 \text{ m/s}, v_{0y} = 0, y_0 = 45 \text{ m}$$

$$v_y = \sqrt{(2gh)} = \sqrt{(2 \cdot 9,8 \cdot 45)} = \sqrt{882} \approx 29,7 \text{ m/s}$$

$$v = \sqrt{(v_0^2 + v_y^2)} = \sqrt{(900 + 882)} = \sqrt{1.782} \approx 42,2 \text{ m/s}$$

11. ariketa

$$y_0 = 45 \text{ m}, x = 60 \text{ m}$$

$$\text{Denbora: } t = \sqrt{(2h/g)} = \sqrt{(2 \cdot 45 / 9,8)} = \sqrt{9,18} \approx 3,03 \text{ s}$$

$$\text{Hasierako abiadura: } v_0 = x / t = 60 / 3,03 = 19,8 \text{ m/s}$$

12. ariketa

$$v_{0x} = 25 \text{ m/s}, v_{0y} = 0, x = 100 \text{ m}$$

$$\text{Lurreratzeko denbora: } t = x / v_0 = 100 / 25 = 4 \text{ s}$$

$$\text{Altuera: } h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot 16 = 78,4 \text{ m}$$

13. ariketa

$$v_{0x} = 12 \text{ m/s}, v_{0y} = 0, y_0 = 31,25 \text{ m}$$

$$\text{Denbora: } t = \sqrt{(2 \cdot 31,25 / 9,8)} = \sqrt{6,25} = 2,5 \text{ s}$$

$$v_y = g \cdot t = 9,8 \cdot 2,5 = 24,75 \text{ m/s}$$

$$v = \sqrt{(v_x^2 + v_y^2)} = \sqrt{(144 + 612,5)} = \sqrt{756,5} \approx 27,5 \text{ m/s}$$

$$\text{Angelua: } \alpha = \arctan(v_y / v_x) = \arctan(24,75/12) \approx 64,1^\circ \text{ horizontalarekiko}$$

14. ariketa

$$v_{0x} = 30 \text{ m/s}, v_{0y} = 0, t = 3 \text{ s}$$

$$\text{Osagai horizontala: } v_x = v_0 = 30 \text{ m/s (konstantea)}$$

$$\text{Osagai bertikala: } v_y = g \cdot t = 9,8 \cdot 3 = 29,4 \text{ m/s (behera)}$$

$$\text{Altuera: } y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot 9 = 44,1 \text{ m}$$

15. ariketa

$$v_{0x} = 250 \text{ m/s}, v_{0y} = 0, y_0 = 2.000 \text{ m}$$

$$\text{Lurreratzeko denbora: } t = \sqrt{(2h/g)} = \sqrt{(2 \cdot 2.000 / 9,8)} = \sqrt{408,16} \approx 20,2 \text{ s}$$

$$\text{Distantzia horizontala: } x = v_0 \cdot t = 250 \cdot 20,2 \approx 5.050 \text{ m } (\approx 5,05 \text{ km})$$