

4 Harrapaketak eta topaketak

Formula nagusiak:

$$\text{HZU: } x = x_0 + vt$$

$$\text{HZUA: } x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$v = (x - x_0) / t$$

$$v = v_0 + at$$

Estrategia: bi gorputzen posizio-ekuazioak berdindu $\rightarrow x_1(t) = x_2(t)$

1. Ibilgailu bat A puntutik ($x_0 = 0$), 20 m/s-ko abiaduran abiatu da. 5 s geroago, 2 ibilgailu bat puntu beretik, 30 m/s-ko abiaduran abiatu da, lehenengoaren atzetik. Zenbat denbora beharko du bigarrenak lehenengoa harrapatzeko? Non harrapatuko du?
2. Bi tren bata bestetik 200 km-ra daude, eta elkarren kontrako norabidean abiatu dira aldi berean: 1 trena, 80 km/h-ko abiaduran; 2 trena, 120 km/h-ko abiaduran. Noiz eta non egingo dute topo?
3. Auto bat 25 m/s-ko abiaduran uniformeki higitzen ari da ($x_0 = 0$). Moto bat, puntu beretik ($x_0 = 0$, $v_0 = 0$), 4 m/s²-ko azelerazioz abiatu da aldi berean. Noiz eta non harrapatuko du motoak autoa?
4. Oinezko bat 1,5 m/s-ko abiaduran doa ($x_0 = 0$). 10 s geroago, txirrindulari bat puntu beretik, 4,5 m/s-ko abiaduran pasatu da. Zenbat denbora beharko du txirrindulariak oinezkoa harrapatzeko? Non harrapatuko du?
5. Auto bat $x_0 = 500$ m puntutik, 15 m/s-ko abiaduran ezkerrerantz mugitzen ari da. Aldi berean, geldirik zegoen beste auto bat $x_0 = 0$ puntutik, 3 m/s²-ko azelerazioz eskuinerantz abiatu da. Noiz eta non egingo dute topo?
6. Tren bat $x_0 = 0$ puntutik ($v_0 = 0$), 2 m/s²-ko azelerazioz abiatu da. Aldi berean, beste tren bat $x_0 = 100$ m-ko posiziotik, 20 m/s-ko abiaduran uniformeki mugitzen ari da, norabide eta noranzko berean. Noiz eta non harrapatuko du azeleratzen ari den trenak beste trena?
7. Bi korrikalari puntu beretik abiatu dira aldi berean: lehenengoa, 8 m/s-ko abiaduran, eta bigarrena, 5 m/s-ko abiaduran. Zenbat denbora beharko du azkarrenak 60 m-ko abantaila lortzeko?
8. Auto bat $x_0 = 0$ puntutik ($v_0 = 0$, $a = 5$ m/s²) abiatu da. Aldi berean, moto bat $x_0 = 0$ puntutik pasatzean, 30 m/s-ko abiaduran mugitzen ari da. Noiz izango du autoak

motoak bezainbesteko abiadura? Non dago bakoitza une horretan? Noiz harrapatuko du autoak motoa?

9. Bi ibilgailu elkarren arteko 400 m-ra daude, eta aldi berean elkarren kontrako, norabidean abiatu dira. 1 ibilgailua $x_0 = 0$ puntutik, 2 m/s^2 -ko azelerazioz abiatu da; 2 ibilgailua, $x_0 = 400 \text{ m}$ puntutik, 3 m/s^2 -ko azelerazioz irten da. Noiz eta non egingo dute topo?

10. Suziri bat $x_0 = 0$ puntutik, 6 m/s^2 -ko azelerazioz irten da. 4 s geroago, beste suziri bat puntu beretik, 10 m/s^2 -ko azelerazioz irten da. Noiz eta non harrapatuko du bigarrenak lehenengoa?

EBAZPENAK

1. ariketa [HZU + HZU]

Datuak: 1 ibilgailua: $v_1 = 20 \text{ m/s}$, 5 s ; 2 ibilgailua: $v_2 = 30 \text{ m/s}$

$$x_1 = 20(t + 5) ; x_2 = 30t$$

$$20(t + 5) = 30t \rightarrow 20t + 100 = 30t \rightarrow t = 10 \text{ s}$$

$$x = 30 \cdot 10 = 300 \text{ m}$$

2. ariketa [HZU + HZU]

Datuak: $x_{0,1} = 0$, $v_1 = +80 \text{ km/h}$; $x_{0,2} = 200 \text{ km}$, $v_2 = -120 \text{ km/h}$

$$x_1 = 80t ; x_2 = 200 - 120t$$

$$80t = 200 - 120t \rightarrow 200t = 200 \rightarrow t = 1 \text{ h}$$

$$x = 80 \cdot 1 = 80 \text{ km}$$

3. ariketa [HZU + HZA]

Autoa: $x(t) = 25t$; Motoa: $x(t) = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot t^2 = 2t^2$

$$25t = 2t^2 \rightarrow t(2t - 25) = 0$$

$$t = 0 \text{ s (hasiera) edo } t = 12,5 \text{ s}$$

$$x = 25 \cdot 12,5 = 312,5 \text{ m}$$

4. ariketa [HZU + HZU]

Oinezkoa: $x(t) = 1,5(t + 10)$; Txirrindularia: $x(t) = 4,5t$

$$1,5(t + 10) = 4,5t \rightarrow 1,5t + 15 = 4,5t \rightarrow 3t = 15 \rightarrow t = 5 \text{ s}$$

$$x = 4,5 \cdot 5 = 22,5 \text{ m}$$

5. ariketa [HZU + HZA]

$$x_1 = 500 - 15t ; x_2 = \frac{1}{2} \cdot 3 t^2 = 1,5t^2$$

$$500 - 15t = 1,5t^2 \rightarrow 1,5t^2 + 15t - 500 = 0$$

$$t = (-15 + \sqrt{(225 + 3\,000)}) / 3 = (-15 + \sqrt{3\,225}) / 3 \approx 13,9 \text{ s}$$

$$x = 1,5 \cdot 13,9^2 \approx 289,5 \text{ m}$$

6. ariketa [HZA + HZU]

$$x_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 t^2 = t^2 ; x_2 = 100 + 20t$$

$$t^2 = 100 + 20t \rightarrow t^2 - 20t - 100 = 0$$

$$t = (20 + \sqrt{(400 + 400)}) / 2 = (20 + \sqrt{800}) / 2 \approx 24,1 \text{ s}$$

$$x = 24,1^2 \approx 581 \text{ m}$$

7. ariketa [HZU + HZU]

$$x_1 = 8t ; x_2 = 5t$$

$$\text{Distantzia-aldea: } x_1 - x_2 = (8 - 5)t = 3t$$

$$3t = 60 \rightarrow t = 20 \text{ s}$$

8. ariketa [HZA + HZU]

$$(a) v(a) = 5t = 30 \rightarrow t = 6 \text{ s}$$

$$(b) x(\text{autoa}) = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 36 = 90 \text{ m} ; x(\text{motoa}) = 30 \cdot 6 = 180 \text{ m}$$

$$(c) \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot t^2 = 30t \rightarrow 2,5t(t - 12) = 0 \rightarrow t = 12 \text{ s} ; x = 30 \cdot 12 = 360 \text{ m}$$

9. ariketa [HZA + HZA]

$$x_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot t^2 = t^2 ; x_2 = 400 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot t^2 = 400 - 1,5t^2$$

$$t^2 = 400 - 1,5t^2 \rightarrow 2,5t^2 = 400 \rightarrow t \approx 12,6 \text{ s}$$

$$x = 12,6^2 \approx 159 \text{ m}$$

10. ariketa [HZA + HZA]

$$x_1 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot t^2 = 3t^2 ; x_2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot (t - 4)^2 = 5(t - 4)^2 \quad (t = 0 \text{ lehen suziria abiatzean})$$

$$3t^2 = 5t^2 - 40t + 80 \rightarrow 2t^2 - 40t + 80 = 0 \rightarrow t^2 - 20t + 40 = 0$$

$$t = (20 \pm \sqrt{(400 - 160)}) / 2 = (20 \pm \sqrt{240}) / 2$$

$$t_1 \approx 17,75 \text{ s (harrapaketa)} ; t_2 \approx 2,25 \text{ s (baztertu: 2 suziria oraindik ez da abiatu)}$$

$$x = 3 \cdot 17,75^2 \approx 945 \text{ m}$$